

Il numero 1007 poiché è composto da cifre che appartengono a tutti gli alfabeti A1, A2 e A3 in quale base è espresso?

Osservazione Poiché il numero 1007 non appartiene ad A4 → sicuramente non è un numero binario, ma come si fa a sapere se è un numero ottale, decimale o esadecimale?

A tal fine, bisogna usare una convenzione, cioè un accordo. La convenzione più comune consiste nel aggiungere al numero¹ una coppia di parentesi tonde e un:

- un pedice 16 (o h o 0x) se il numero è espresso in base esadecimale
- un pedice 10 se il numero è espresso in base decimale
- un pedice 8 se il numero è espresso in base ottale
- un pedice 2 se il numero è espresso in base binaria

Adottando questa convenzione non c'è più motivo di ambiguità. Per questo motivo potremmo avere:

- un numero $(1001)_8$ in base 8
- un numero $(1001)_{10}$ in base 10
- un numero $(1001)_{16}$ in base 2

E' bene notare che è necessario d'ora in poi specificare sempre il pedice perché i numeri che useremo in seguito oltre alla base 10 potranno essere espressi anche nelle altre tre basi definite: 2, 8 e 16. Quando un numero non specifica alcuna base, è solitamente da intendersi come un numero decimale.

Forma polinomiale di un numero intero in base B

La (1) precedente si può generalizzare nel seguente modo:

$$(2) \quad \begin{matrix} & 3 & 2 & 1 & 0 & \leftarrow & \text{posizione} \\ & 8 & 3 & 2 & 8 & & \\ & * & * & * & * & & \\ & B^3 & + & B^2 & + & B^2 & + & B^0 & \text{ con } B=10 \end{matrix}$$

che si definisce **forma polinomiale o metodo polinomiale** di un numero intero in base B e consiste nell'esprimere (rappresentare) un numero intero sottoforma di somma di potenze che hanno per base, la base B del numero.

La forma polinomiale ci tornerà utile più avanti quando spiegheremo le conversioni di base.

Convenzioni valide in qualunque sistema di numerazione

- la cifra più a sinistra in qualunque sistema di numerazione è quella che esprime il valore maggiore, detta perciò la **cifra più significativa** (nell'esempio la cifra più significativa è l'8 più a sinistra che rappresenta le migliaia);
- la cifra più a destra in qualunque sistema di numerazione è quella che esprime il valore minore, detta perciò la **cifra meno significativa** (nell'esempio la cifra meno significativa è l'8 più a destra che rappresenta le unità).
- **la cifra meno significativa si trova in posizione 0 e ha peso uguale a B⁰**

Il sistema di numerazione binario: a che serve studiarlo?

Il sistema di numerazione binario è l'alfabeto usato dagli elaboratori per rappresentare tutte le informazioni al suo interno. Per quale motivo si è scelto il sistema binario?

- chi ha il compito di progettare un computer deve, tramite segnali elettronici, solo rappresentare le due cifre 0 e 1: esse, infatti, sono associate rispettivamente al non passaggio di corrente e al passaggio di corrente ovvero ai due stati di un dispositivo fisico: accesso e spento.

¹ Facendo l'esempio di x^2_3 ricordare che il numero 2 si definisce apice e il numero 3 si definisce pedice.

Anche gli altri due sistemi ottale e esadecimale sono molto diffusi, e ciò si deve al fatto che i tre sistemi di numerazione: binario, ottale ed esadecimale sono fundamentalmente omogenei tra loro, infatti, sia l'ottale sia l'esadecimale hanno basi che sono potenze della base binaria $8 = 2^3$ e $16 = 2^4$ e quindi esse sono usate per "compattare" la rappresentazione dei numeri binari (per approfondimenti vedi paragrafo 1.7).

Problema

Nota il numero 5 in base 10 quanto esso varrà in base 2? Ovvero in simboli: $(5)_{10} \rightarrow (?)_2$

Quello che sappiamo fin qui è solo che un numero binario è costituito solo dalle cifre 0 e 1, ma non sappiamo come calcolarlo.

Conversione di base di un numero

Nota un numero e nota la base di partenza B_1 in cui il numero è rappresentato calcolare il numero in una nuova base di arrivo B_2 va sotto il nome di conversione (o passaggio) di base del numero.

Noi studieremo in che modo è possibile convertire un numero binario, ottale o esadecimale in un numero decimale e viceversa ovvero in modo schematico:

1) caso: numero intero binario ($B_1=2$), ottale ($B_1=8$), esadecimale ($B_1=16$) \rightarrow in numero decimale ($B_2=10$)

2) caso: numero decimale ($B_1=10$) \rightarrow numero intero binario ($B_1=2$), ottale ($B_1=8$), esadecimale ($B_2=16$)

1) caso - Conversione da un numero intero² in base B a un numero intero decimale

Ma come si fa a convertire un valore da una base all'altra?

Per quanto riguarda la conversione da una base B alla base 10, si utilizza la forma polinomiale, che tiene conto del valore posizionale delle potenze della base. Ne abbiamo visto un esempio poc'anzi, quando abbiamo esplicitato il numero 8328 nelle potenze della base B con $B=10$, ma per chiarirci meglio le idee procediamo con alcuni esempi pratici.

1.a) da un intero in base $B_1=2$ (binario) ad un intero in base $B_2=10$ (decimale), ad es. per convertire il numero 10011_2 occorre rappresentarlo nella forma polinomiale con base $B=2$ ovvero nella seguente:

$$10011_2 = 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = 19_{10}$$

Esercizi³

Convertire in base 10 i seguenti numeri in base 2:

$10_2, 11_2, 100_2, 101_2, 110_2, 111_2, 1000_2, 1001_2, 1010_2, 1011_2, 1100_2, 1101_2, 1110_2, 1111_2, 10000_2$ e 10001_2

1.b) da un intero in base $B_1=8$ (ottale) ad un intero in base $B_2=10$ (decimale), ad es. per convertire il numero 451_8 occorre rappresentarlo nella forma polinomiale con base $B=8$ ovvero nella seguente:

$$451_8 = 4 * 8^2 + 5 * 8^1 + 1 * 8^0 = 256 + 40 + 1 = 297_{10}$$

1.c) da un intero in base $B_1=16$ (esadecimale) ad un numero in base $B_2=10$ (decimale), ad es. per convertire in decimale il numero $20A7_{16}$ occorre rappresentarlo nella forma polinomiale con base $B=16$ ovvero nella seguente:

² I numeri interi sono tutti quelli $\in \mathcal{N}$ ovvero i numeri: 0, 1, 2, 3, 4, ecc.

³ Affinché tutti capiscano, anche gli alunni un po' distratti, come deve essere applicata la forma polinomiale su definita è utile fare alcuni esercizi aggiuntivi di conversione da binario a decimale. Per altri casi, cioè da base ottale e esadecimale a base decimale poi si può procedere spediti visto che si applica lo stesso metodo di conversione.

$$20A7_{16} = 2 * 16^3 + 0 * 16^2 + 10 * 16^1 + 7 * 16^0 = 8192 + 0 + 160 + 7 = 8359_{10}$$

2) caso - Conversione di un numero intero decimale in un numero intero binario, ottale o esadecimale

Per la conversione da numero in base 10 a numero in base di arrivo B_2 si utilizza invece un **metodo detto delle divisioni successive**. Esso è costituito dai seguenti 5 passi:

- 1) Si divide il numero di partenza per la base di arrivo B_2 e si appunta semplicemente il resto. Tale resto sarà la cifra meno significativa del numero in base B_2 .
- 2) Si divide il quoziente del passo 1) per la base di arrivo B_2 e si appunta ancora il resto. Tale resto sarà la cifra successiva del numero in base B_2 .
- 3) Per tutte le altre cifre da calcolare, il procedimento è il medesimo e la conversione termina quando si ottiene una divisione con quoziente pari a 0. In corrispondenza di tale ultima divisione si ottiene la cifra più significativa del numero in base B_2 .
- 4) Infine, la lettura dei resti appuntati nei passi precedenti deve avvenire nell'ordine inverso a quello con il quale sono stati calcolati (seguire il verso della freccia).
- 5) Tradurre lo schema a scalino del metodo delle divisioni successive nello schema più compatto.⁴

Gli esempi che seguono, a cominciare dal caso dei numeri binari, mostrano come le cose sono molto più semplici da fare in pratica che da spiegare.

Richiamo di come si effettua una divisione a una cifra di un numero intero

Supponiamo che dobbiamo dividere il numero 51 per 2.

Noi, in mancanza di calcolatrice, siamo abituati a fare le divisioni come suddetto.⁵

2.a) da un intero in base $B_1=10$ ad un intero in base $B_2 = 2$ (binario)

Che significa divisioni successive? Significa calcolare le divisioni una di seguito all'altra spostandosi verso destra per mettere in risalto i resti.

Esempio 1 - $(51)_{10} \rightarrow (?)_2$

⁴ Nota al prof.: il passo 5 non è obbligatorio ma se gli alunni lo imparano è meglio perché permette di correggere gli eventuali errori più velocemente.

⁵ Nota al prof: Dire agli alunni che chi non si ricorda proprio come si fanno le divisioni può usare la calcolatrice ove per calcolare il resto di un dividendo per un divisore (la base di arrivo B_2) deve usare la formula seguente: resto = dividendo - (divisore*parte intera del quoziente). Ad es. il resto 1 = 51-(2*25).

Spiegazione metodo delle divisioni successive passo dopo passo

- Si divide 51 per 2 e si appunta il resto 1, come cifra meno significativa.
- Si divide il quoziente 25 per 2 e si appunta il resto 1.
- Si divide il quoziente 12 per 2 e si appunta il resto 0.
- Si divide 6 per 2 e si appunta il resto 0.
- Si divide 3 per 2 e si appunta il resto pari a 1.
- Si divide 1 per 2 e si ottiene il quoziente 0 e quindi il procedimento termina e si appunta il resto 1 che dunque diventa la cifra più significativa.

Ora riportiamo i quozienti e i resti calcolati nello **schema di divisione successive più compatto** seguente:

DIVISORE →	2			
DIVIDENDO →	51	1	1	← CIFRA MENO SIGNIFICATIVA
	25	1	1	
	12	0	0	
	6	0	0	
	3	1	1	
	1	1	1	← CIFRA PIÙ SIGNIFICATIVA
QUOZIENTE NULLO →	0			

A questo punto letto i resti delle divisioni nell'ordine inverso si ottiene che: $51_{10} = 110011_2$

Esempio 2 - $(25)_{10} \rightarrow (?)_2$

Applichiamo il metodo delle divisioni successive, usando direttamente lo schema più compatto:⁶

Divisore →	2			
Dividendo →	25	1	1	← Cifra meno significativa
	12	0	0	
	6	0	0	
	3	1	1	
	1	1	1	← Cifra più significativa
Quoziente nullo →	0			

Per cui, letto i resti delle divisioni nell'ordine inverso si ottiene che: $25_{10} = 11001_2$

2.b) da un intero in base $B_1=10$ ad un intero in base $B_2 = 8$ (ottale)

$(1423)_{10} \rightarrow (?)_8$

Per convertire in ottale, ad es. il numero 1423_{10} , bisogna riapplicare il metodo delle divisioni successive ma considerando la base $B=8$.

⁶ Nota al prof.: io per comodità di scrittura ho tralasciato lo schema a scalino delle divisioni successive, ma nella lezione conviene farlo per ripetere con l'esempio 2 lo stesso procedimento seguito nell'esempio 1. Lo stesso discorso vale per gli esempi fatti partendo da altre basi: ottale ed esadecimale.

Divisore	→	8		
Dividendo	→	$\begin{array}{r} 1423 \\ 177 \\ 22 \\ 2 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 7 \\ 1 \\ 6 \\ 2 \end{array}$	▲ ← Cifra meno significativa ← Cifra più significativa
Quoziente nullo	→			

Naturalmente, poiché in questo caso la base è 8, si tratta di dividere ripetutamente il numero per 8. Poi, come nel caso precedente, basta leggere nell'ordine inverso i resti appuntati e si ricavano le cifre del corrispondente valore ottale. Alla fine del procedimento si ottiene: $1423_{10} = 2617_8$

Si può verificare che il numero 2617_8 è effettivamente il corrispondente ottale del numero decimale 1423?

La risposta è sì applicando la forma polinomica suddetta al numero ottale 2617_8 ovvero nel seguente modo:

$$2617_8 = 2 * 8^3 + 6 * 8^2 + 1 * 8^1 + 7 * 8^0 = 2 * (2^3)^3 + 6 * (2^3)^2 + 8 + 7 = 1024 + 384 + 15 = 1423_{10}$$

Altro esempio: $(678)_{10} \rightarrow (?)_8$

Per convertire in ottale, ad es. il numero 678_{10} , bisogna riapplicare il metodo delle divisioni successive ma considerando la base $B=8$. Il procedimento da seguire è analogo al precedente ed è sintetizzato dallo schema compatto seguente:

Divisore	→	8		
Dividendo	→	$\begin{array}{r} 678 \\ 84 \\ 10 \\ 1 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 6 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array}$	▲ ← Cifra meno significativa ← Cifra più significativa
Quoziente nullo	→			

Analogamente, anche qui, si può verificare che il numero 1246_8 è effettivamente il corrispondente ottale del numero decimale 678_{10} ? La risposta è ancora sì.

Esercizio (per casa)

Verificare che il numero 1246_8 sia effettivamente il corrispondente ottale del numero decimale 678_{10} applicando la forma polinomica suddetta al numero ottale 1246_8

2.c) da un intero in base $B_1=10$ (decimale) ad un intero in base $B_2 = 16$ (esadecimale)

$(12879)_{10} \rightarrow (?)_{16}$

Per convertire in esadecimale, ad es. il numero 12879_{10} , bisogna riapplicare ancora una volta il metodo delle divisioni successive ma considerando la base $B=16$. Il procedimento da seguire è analogo al precedente ed è sintetizzato dallo schema seguente:

Divisore	→	16		
Dividendo	→	$\begin{array}{r} 12879 \\ 804 \\ 50 \\ 3 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{l} 15 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{array} \uparrow$	← Cifra meno significativa ← Cifra più significativa
Quoziente nullo	→			

Ricordando che le cifre 10, 11, 12, 13, 14 e 15 nel sistema esadecimale sono rappresentate dalla prime sei lettere dell'alfabeto seguiteti: A, B, C, D, E e F, quindi:

$$12879_{10} = 324F_{16}$$

Analogamente, anche qui, si può verificare che il numero $324F_{16}$ sia effettivamente il corrispondente esadecimale del numero decimale 12879 applicando la forma polinomiale suddetta al numero esadecimale $325F_{16}$

Esercizio (per casa)

Verificare che il numero $325F_{16}$ sia effettivamente il corrispondente esadecimale del numero decimale 12879_{10} applicando la forma polinomiale suddetta al numero esadecimale $325F_{16}$.

Altro esempio: $(49994)_{10} \rightarrow (?)_{16}$

Per convertire in esadecimale, ad es. il numero 49994_{10} , bisogna riapplicare il metodo delle divisioni successive ma considerando la base $B=16$. Il procedimento da seguire è analogo al precedente ed è sintetizzato dallo schema compatto seguente⁷:

Divisore	→	16		
Dividendo	→	$\begin{array}{r} 49994 \\ 3124 \\ 195 \\ 12 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{l} 10 \\ 4 \\ 3 \\ 12 \end{array} \uparrow$	← Cifra meno significativa ← Cifra più significativa
Quoziente nullo	→			

quindi:

$$49994_{10} = C34A_{16}$$

Analogamente, anche qui, si può verificare che il numero $C34A_{16}$ sia effettivamente il corrispondente esadecimale del numero decimale 49994 applicando la forma polinomiale suddetta al numero esadecimale $C34A_{16}$

Esercizio

Verificare che il numero $C34A_{16}$ sia effettivamente il corrispondente esadecimale del numero decimale 49994_{10} applicando la forma polinomiale suddetta al numero esadecimale $C34A_{16}$.

Verifichiamolo assieme:

⁷ Nota al prof. vista la grandezza del numero 49994_{10} e la difficoltà di dividerlo velocemente per 16 conviene prima di arrivare allo schema di figura applicare lo schema classico delle divisioni successive "a gradino" calcolando il quoziente delle divisioni di 49994 per 16, poi di 3124 per 16, poi di 195 per 16 e infine di 12 per 16, passo dopo passo.

$$\begin{aligned} C34A_{16} &= 12 \cdot (2^4)^3 + 3 \cdot (2^4)^2 + 4 \cdot (2^4)^1 + 10 \cdot (2^4)^0 = 12 \cdot 2^{12} + 3 \cdot 2^8 + 2^2 \cdot 2^4 + 10 = \\ &= 12 \cdot 4 \cdot 1024 + 3 \cdot 256 + 64 + 10 = 12 \cdot 4096 + 768 + 74 = 49152 + 842 = 49994_{10} \end{aligned}$$

Esercizi

Convertire in base 16 i seguenti numeri decimali:

- $(2748)_{10} \rightarrow (?)$ [R. $(ABC)_{16}$]
- $(65535)_{10} \rightarrow (?)$ [R. $(FFFF)_{16}$]
- $(256)_{10} \rightarrow (?)$ [R. $(100)_{16}$]
- $(4096)_{10} \rightarrow (?)$ [R. $(1000)_{16}$]

Fin qui abbiamo studiati i seguenti casi:

1) caso: numero intero binario ($B_1=2$), ottale ($B_1=8$), esadecimale ($B_1=16$) \rightarrow in numero decimale ($B_2=10$)

2) caso: numero decimale ($B_1=10$) \rightarrow numero intero binario ($B_1=2$), ottale ($B_1=8$), esadecimale ($B_2=16$) (*)

Adesso, guardando la (*), rimangono da studiare i casi rimanenti seguenti:

3) caso: numero intero ottale ($B_1=8$), intero esadecimale ($B_1=16$) \rightarrow binario ($B_2=2$)

4) caso: numero intero binario ($B_1=2$) \rightarrow numero intero ottale ($B_2=8$), esadecimale ($B_2=16$)

I casi 3) e 4) vanno sotto il nome di conversioni tra le altre basi.

3.a) da un intero in base $B_1=8$ (ottale) \rightarrow a un intero in base $B_2=2$ (binario)

Nel caso della rappresentazione ottale, si può stabilire una corrispondenza tra cifre ottali e gruppi di tre cifre binarie dette **terne binarie**, come mostra la tabella seguente:

OTTALE	BINARIO
0	0 0 0
1	0 0 1
2	0 1 0
3	0 1 1
4	1 0 0
5	1 0 1
6	1 1 0
7	1 1 1

In base alla tabella suddetta, per convertire un numero ottale in binario è sufficiente convertire ognuna delle cifre che lo compongono in terne binarie.

Esempio:

Il numero ottale 352_8 :

$$\begin{array}{ccc} & 3 & 5 & 2 & & \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ \text{Ottale} \rightarrow \text{Binario} & 011 & 101 & 010 & \text{diviene} & 011101010_2 \end{array}$$

o più semplicemente 11101010_2 poiché, come accade nei numeri decimali, anche nel sistema di numerazione binario possiamo trascurare gli zeri iniziali, perché non hanno significato.

3.b) da un intero in base $B_1 = 16$ (esadecimale) \rightarrow a un intero in base $B_2=2$ (binario)

Nel caso della rappresentazione esadecimale, invece, si può stabilire una corrispondenza tra cifre esadecimali gruppi di quattro cifre binarie, dette **quaterne binarie**, come mostra la tabella seguente:

ESADECIMALE	BINARIO
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
F	1111

In base alla tabella suddetta, per convertire un numero esadecimale in binario è sufficiente convertire ognuna delle cifre che lo compongono in quaterne binarie, secondo le corrispondenze mostrate nella tabella.

Esempio

Il numero esadecimale 2A09₁₆:

esadecimale → binario

2	A	0	9	
↓	↓	↓	↓	
0010	1010	0000	1001	diviene

0010101000001001₂

o più semplicemente 10101000001001₂ poiché, anche qui possiamo trascurare gli zeri iniziali, perché non hanno significato.

4.a) da un intero in base B₁=2 (binario) → a un intero in base B₂=8 (ottale)

Per convertire un numero intero binario in un numero intero ottale occorre raggruppare le cifre binarie a tre a tre, partendo dalle meno significative.

Esempio

Il numero binario: 1101110₂ = 1.101.110₂:

Binario → Ottale

1	101	110	
↓	↓	↓	
1	5	6	diviene 156 ₈

4.b) da un intero in base B₁=2 (binario) → a un intero in base B₂=16 (esadecimale)

Per convertire un numero intero binario in un numero intero esadecimale occorre raggruppare le cifre binarie a quattro a quattro, partendo dalle meno significative.

Esempio

Il numero binario: 0111111100001001₂ = 111.1111.0000. 1001₂:

Binario → Esadecimale

↓	↓	↓	↓	
7	F	0	9	diviene 7F09 ₁₆

Schema riassuntivo da ricordare per gli esercizi

- 1) caso: B₁=2, B₁=8, B₁=16 → B₂=10 (metodo della forma polinomica con potenze della base di partenza B₁)
- 2) caso: B₁=10 → B₂=2, B₂=8, B₂=16 (metodo delle divisioni successive con divisore la base di arrivo B₂)

3) caso: $B_1=8, B_2=16 \rightarrow B_2=2$ (tabella con terne binarie ($B_1=8$) o con quaterne binarie ($B_1=16$))

4) caso: $B_1=2 \rightarrow B_2=8, B_2=16$ (raggruppamento a partire dalla cifra meno significativa con terne binarie ($B_2=8$) o con quaterne binarie ($B_2=16$))

Esercizi di fine corso sui sistemi di numerazione e conversione di base

1 - Esprimere i numeri decimali seguenti:

345; 12; 34; 124; 465; 4377; 1789

prima in base 2 poi in base 16 e, infine, trasformare il risultato ottenuto in base 10.

(Esempio di svolgimento:

$345_{10} \rightarrow$ divisioni successive per 2 $\rightarrow 101011001_2 \rightarrow$ raggruppamento a gruppi di 4 cifre \rightarrow

$1.0101.1001_2 \rightarrow 159_{16} \rightarrow$ forma polinomiale con base $B=16 \rightarrow 1*16^2 + 5*16^1 + 9*16^0 = 345_{10}$)

2 - Dati i numeri decimali:

111; 222; 333; 444; 555

calcolare la cifra più significativa nelle rappresentazioni in base 8 e in base 16.

(Esempio di svolgimento:

$111_{10} \rightarrow$ divisioni successive per 8 $\rightarrow 157_8 \rightarrow$ la cifra più significativa in base 8 è 1

$111_{10} \rightarrow$ divisioni successive per 16 $\rightarrow 6F_{16} \rightarrow$ la cifra più significativa in base 16 è 6)

3 - Dopo aver calcolato le potenze del 2 fino alla decima, indicare quante cifre binarie occorrono per esprimere un numero che in base 10 sia formato al massimo da tre cifre.

(Suggerimento:

Con tre cifre decimali si possono rappresentare in decimale tutti i numeri interi da 000 a 999)

4 - Sapendo che $2^7=128$, indicare in modo immediato, la rappresentazione binaria di 127

5 - Convertire i seguenti numeri esadecimali:

A5B, 6F, 7F09 e ABC

a) in ottale usando come base intermedia quella binaria (3° caso e 4° caso).

b) in ottale usando come base intermedia quella decimale (1° caso e 2° caso)

(Esempio di svolgimento caso a:

$A5B_{16} \rightarrow$ tabella con quaterne binarie $\rightarrow 1010.0101.1011_2 \rightarrow$ raggruppamento a terne \rightarrow

$101.001.011.011 \rightarrow 5133_8$)

(Esempio di svolgimento caso b:

$A5B_{16} \rightarrow$ forma polinomiale con potenze del 16 $\rightarrow 10 * 16^2 + 5*16^1 + 11*16^0 = 2560 + 80 + 11 =$

$2651_{10} \rightarrow$ divisioni per 8 $\rightarrow 5133_8$)

Esercizi di ripasso ovvero di tipologia già vista in precedenza

7 - Convertire i seguenti numeri decimali in base B

- $345_{10} \rightarrow$ in base 2

[R. 101011001_2]

- $111_{10} \rightarrow$ in base 2

[R. 1101111_2]

- $345_{10} \rightarrow$ in base 8

[R. 531_8]

Paragrafo 2 - Modulo e segno: rappresentazione binaria dei numeri interi (positivi e negativi)

Supponiamo di voler utilizzare numeri da 2Byte, cioè $2*8 \text{ bit} = 16 \text{ bit}$ e prendiamo in considerazione soltanto i numeri interi con segno (negativi e positivi). Dei 16 bit a disposizione, il primo bit più a sinistra viene dedicato alla rappresentazione del segno: **0 per il segno + e 1 per il segno -**, quindi dei 16 bit iniziali ne restano 15 bit per rappresentare i numeri positivi e 15 bit per i numeri negativi.

Max e Min rappresentabile. Poiché l'alfabeto binario è composto da $N=2$ simboli, le combinazioni di 2 cifre in 15 posti (dette disposizioni con ripetizione) possibili sono $2^{15} = 2^{10} * 2^5 = 1024 * 32 = 32768$.

Poiché lo 0 è considerato positivo allora il **max numero positivo rappresentabile è $2^{15}-1=32767$** , mentre poiché i numeri negativi partono da -1 a scendere, allora il **min numero negativo rappresentabile è $- 2^{15} = - 32768$** .

Quindi, con $n=16$ bit l'intervallo di rappresentabilità dei numeri è: $[- 32768 = - 2^{15}, 2^{15}-1=32767]$

Esercizio. Con $n=32$ bit, quale è l'intervallo di rappresentabilità dei numeri?

Somma Binaria

Esempio:

$0 + 0 = 0$	$1 \quad 1$	$1 \quad 1$	\leftarrow	Riporti
$1 + 0 = 1$	$1 \quad 0$	$1 \quad 0$	$0 \quad 1$	$+$
$0 + 1 = 0$		$1 \quad 1$	$0 \quad 1$	$=$
$1 + 1 = 0$ con riporto di 1				
	1	$0 \quad 0$	$0 \quad 1$	$0 \quad 0$

Che cosa è il complemento a 2?

E' un metodo usato per rappresentare i numeri interi negativi e positivi.

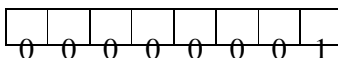
Come si ottiene il complemento a 2 di un numero dato?

Dato un numero espresso in forma binaria, per ottenere il complemento a 2 del numero dato, ad ogni cifra 1 si sostituisce 0 e viceversa e alla fine si somma 1.

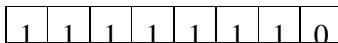
Esempio.

Per comodità supponiamo di usare un numero binario formato da 8 bit.

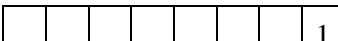
Dato il numero, 1 in binario:



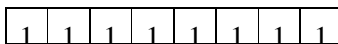
Si scambiano le cifre



Si somma 1



Si ottiene il complemento a 2, del numero 1



Esercizio

Calcolare il complemento a 2 dei seguenti numeri binari:

- a) 01011110; b) 01010000; c) 10100000; d) 01100110

Che cosa è una informazione alfanumerica?

Una informazione alfanumerica è una informazione che può essere di qualsiasi tipo: numero, lettera, carattere di punteggiatura e simboli speciali (ad es.: @, #, \$, %, &, (,), <, >, ecc)

Paragrafo 3 – rappresentazione delle informazioni alfanumeriche

Le informazioni alfanumeriche si rappresentano all’interno dell’elaboratore sottoforma di **codice**, cioè ad ogni informazione alfanumerica è associata una sequenza di bit, detta **codifica**.

Che cosa è la codifica ASCII⁸?

Essa è la codifica più diffusa usata dagli elaboratori per le informazioni alfanumeriche. Essa è un codifica a 7 bit, forzata a diventare ad 8 bit ponendo l’ottavo bit sempre a 0. Tutti i simboli utili per rappresentare un’informazione (lettere, cifre, segni di punteggiatura e caratteri speciali) sono codificati nella prima parte della tabella (da 0 a 127 vedi tabella) e, pertanto, solo questa parte noi presentiamo.

Ad es. quale è la codifica ASCII dei seguenti caratteri⁹?

- la lettera C (maiuscolo) → 01100011
- la lettera x (minuscolo) → 01111000
- la parola BACI (maiuscola) → 0110 0010 – 0110 0001 – 0110 0011 – 0110 1001
- il simbolo \$ → 0100 0100
- il numero 2 → 0000 0010

Applicazione: In windows premendo contemporaneamente il tasto ALT e i numeri del tastierino numerico alla destra della tastiera, è possibile visualizzare alcuni caratteri della tabella suddetta. Ad es. premendo contemporaneamente i tasti ALT e i numeri 1,2,3 si visualizza il simbolo “ { “

TABELLA ASCII RISTRETTA DA (da 0 a 127)

Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char
00000000	0	Null	00100000	32	Spc	01000000	64	@	01100000	96	`
00000001	1	Start of heading	00100001	33	!	01000001	65	A	01100001	97	a
00000010	2	Start of text	00100010	34	"	01000010	66	B	01100010	98	b
00000011	3	End of text	00100011	35	#	01000011	67	C	01100011	99	c
00000100	4	End of transmit	00100100	36	\$	01000100	68	D	01100100	100	d
00000101	5	Enquiry	00100101	37	%	01000101	69	E	01100101	101	e
00000110	6	Acknowledge	00100110	38	&	01000110	70	F	01100110	102	f
00000111	7	Audible bell	00100111	39	'	01000111	71	G	01100111	103	g
00001000	8	Backspace	00101000	40	(01001000	72	H	01101000	104	h
00001001	9	Horizontal tab	00101001	41)	01001001	73	I	01101001	105	i
00001010	10	Line feed	00101010	42	*	01001010	74	J	01101010	106	j
00001011	11	Vertical tab	00101011	43	+	01001011	75	K	01101011	107	k
00001100	12	Form Feed	00101100	44	,	01001100	76	L	01101100	108	l
00001101	13	Carriage return	00101101	45	-	01001101	77	M	01101101	109	m
00001110	14	Shift out	00101110	46	.	01001110	78	N	01101110	110	n
00001111	15	Shift in	00101111	47	/	01001111	79	O	01101111	111	o
00010000	16	Data link escape	00110000	48	0	01010000	80	P	01110000	112	p
00010001	17	Device control 1	00110001	49	1	01010001	81	Q	01110001	113	q
00010010	18	Device control 2	00110010	50	2	01010010	82	R	01110010	114	r
00010011	19	Device control 3	00110011	51	3	01010011	83	S	01110011	115	s
00010100	20	Device control 4	00110100	52	4	01010100	84	T	01110100	116	t
00010101	21	Neg. acknowledge	00110101	53	5	01010101	85	U	01110101	117	u
00010110	22	Synchronous idle	00110110	54	6	01010110	86	V	01110110	118	v
00010111	23	End trans. block	00110111	55	7	01010111	87	W	01110111	119	w
00011000	24	Cancel	00111000	56	8	01011000	88	X	01111000	120	x
00011001	25	End of medium	00111001	57	9	01011001	89	Y	01111001	121	y
00011010	26	Substitution	00111010	58	:	01011010	90	Z	01111010	122	z
00011011	27	Escape	00111011	59	;	01011011	91	[01111011	123	{
00011100	28	File separator	00111100	60	<	01011100	92	\	01111100	124	
00011101	29	Group separator	00111101	61	=	01011101	93]	01111101	125	}
00011110	30	Record Separator	00111110	62	>	01011110	94	^	01111110	126	~
00011111	31	Unit separator	00111111	63	?	01011111	95	_	01111111	127	Del

⁸ ASCII = American Standard Code for Information Interchange

⁹ Da notare, dalla tabella ASCII, che le lettere minuscole e maiuscole hanno la stessa codifica. Per risolvere l’esercizio, basta individuare il numero, la lettera o il simbolo nella colonna azzurra e annotare la sequenza binaria alla sua destra.